

TSFS09 – Modellering och Reglering av Motorer och Drivlinor (MoDr)

Fö 3 – Arbetsprinciper, termodynamik och modeller för motormoment

Lars Eriksson - Kursansvarig

Fordonssystem, Institutionen för Systemteknik
Linköpings universitet
larer@isy.liu.se

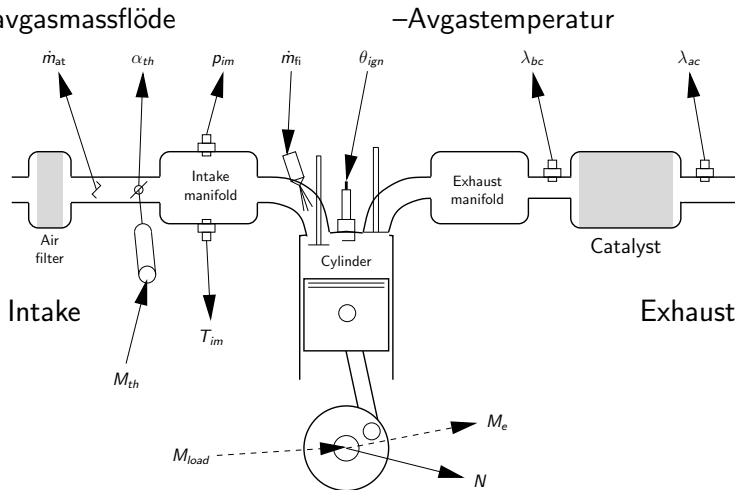
September 8, 2025

Innehållsförteckning

- 1 Repetition
 - Luft och bränsle
- 2 Modellering, Mappar, och Data
- 3 Arbetsprinciper och Momentgenerering
- 4 Sammanfattning av termodynamiken
- 5 Motor cykelräkning
- 6 Motor, mer om arbetsprinciperna

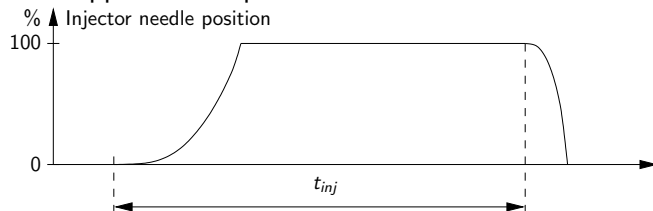
Medelvärdesmodellering - Luftens och bränslets väg

- Återanvändning – Snabbar upp produktutvecklingen.
- Cylindermodellen: 3 komponenter
 - Luft- och avgasmassflöde



Bränsleinjektor

- Injektorn öppnas av en puls

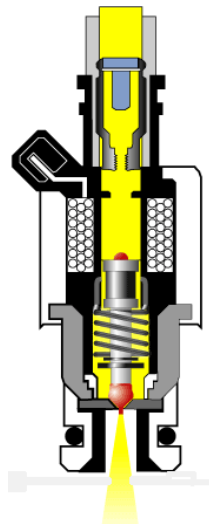


- Sammanslagen öppnings- och stängningstid t_0 .
- Injicerad massa

$$m_{fi} = c \sqrt{\Delta p} (t_{inj} - t_0(u_{batt}))$$

- Bränsleflöde

$$\dot{m}_{fi} = \frac{N n_{cyl}}{n_r} m_{fi} = N c_1 (t_{inj} - t_0(u_{batt}))$$



Modellsammanfattning 1(3)

Gaspedalstolkning och trottelposition

$$\alpha_{ref} = u_{pedal} \quad \text{där } u_{pedal} \in [0, 1]$$

$$\alpha = H_{\alpha}(s) \alpha_{ref}$$

Luftflöde in i insugsröret

$$\dot{m}_{at}(\alpha, p_{amb}, T_{amb}, \Pi) = \frac{p_{amb}}{\sqrt{R T_{amb}}} \underbrace{A_{th}(\alpha) \cdot C_{th}(\alpha)}_{A_{eff}(\alpha)} \cdot \Psi(\Pi)$$

Luftflöde in i cylindern

$$\dot{m}_{ac}(N, p_{im}, T_{im}) = \eta_{vol}(N, p_{im}, \Delta_{EVO}, \Delta_{IVO}) \frac{p_{im} V_d n_{cyl} N}{R T_{im} n_i}$$

Tryckuppbyggnad i insugsröret

$$\frac{dp_{im}}{dt} = \frac{R T_{im}}{V_{im}} \frac{dm_{im}}{dt} = \frac{R T_{im}}{V_{im}} (\dot{m}_{at} - \dot{m}_{ac})$$

Modellsammanfattning 2(3)

Flöde genom katalysator och avgassystemet (inkompressibel turbulent)

$$\dot{m}_{cat} = C_3 \sqrt{\frac{p_{em} \Delta p}{R T_{em}}}$$

Gasflöde från motorn

$$\dot{m}_{cyl} = \dot{m}_{ac} + \dot{m}_{fc}$$

Tryckuppbyggnad i avgasröret

$$\frac{dp_{em}}{dt} = \frac{R T_{em}}{V_{em}} \frac{dm_{em}}{dt} = \frac{R T_{em}}{V_{em}} (\dot{m}_{cyl} - \dot{m}_{cat})$$

Avgastemperatur T_{em} = kommer senare...

Modellsammanfattning 3(3)

Bränsleinjektor - Port inspr.

$$\dot{m}_{fi} = C_1 N(t_{inj} - t_0(u_{batt}))$$

Bränslefilm

$$\begin{aligned}\frac{dm_{fp}}{dt} &= X \dot{m}_{fi} - \frac{1}{\tau_{fp}} m_{fp} \\ \dot{m}_{fc} &= (1 - X) \dot{m}_{fi} + \frac{1}{\tau_{fp}} m_{fp}\end{aligned}$$

Bränsleinjektor - Direkt inspr.

$$\dot{m}_{fc} = C_1 N(t_{inj} - t_0(u_{batt}))$$

λ till motor

$$\lambda = \frac{\dot{m}_{ac}}{\dot{m}_{fc}} / (A/F)_s$$

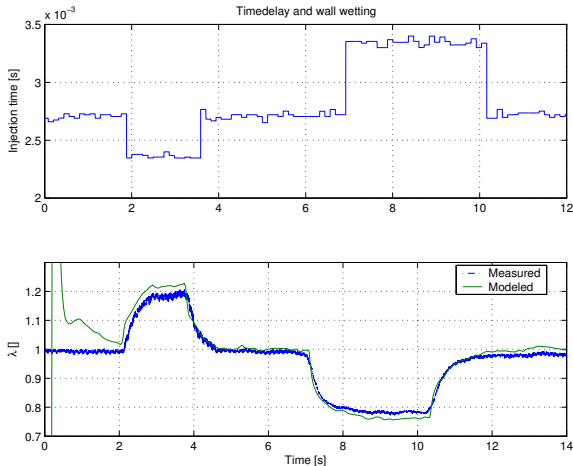
Gasblandning & Transportfördröjning

$$\frac{d}{dt} \lambda_{exh}(t) = \frac{1}{\tau_{mix}} (\lambda(t - \tau_d(N)) - \lambda_{exh}(t))$$

Sensordynamik

$$\frac{d}{dt} \lambda_s(t) = \frac{1}{\tau_\lambda} (\lambda_{exh}(t) - \lambda_s(t))$$

(A/F) Bränsletsväg – Modellvalidering (en annan motor)



Modellen fångar:

- Tidsfördröjningen.
- Dynamik i systemet.

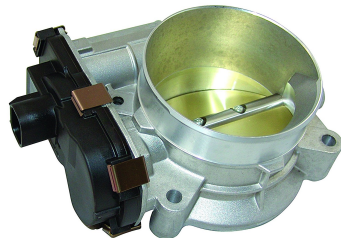
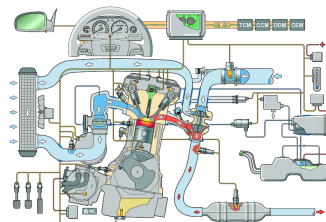
–Glöm inte bort att sätta initialvärden!

Innehållsförteckning

- 1 Repetition
- 2 Modellering, Mapper, och Data
- 3 Arbetsprinciper och Momentgenerering
- 4 Sammanfattning av termodynamiken
- 5 Motor cykelräkning
- 6 Motor, mer om arbetsprinciperna

Fysikalisk Systemmodellering – Söndra och härska

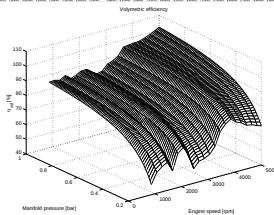
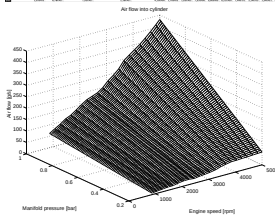
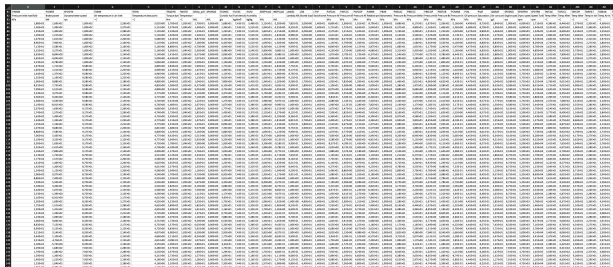
- ❶ Studera systemet
 - Hur skall jag dela upp systemet i delkomponenter?
- ❷ Studera komponenterna
 - Vilken fysik finns?
 - Vilka är de dominerande effekterna?
 - Finns det ytterligare uppdelning inom komponenten?
 - Kan jag återanvända lärdomar/modeller?
 - Samla Ekvationer.
- ❸ Titta på ekvationerna
 - Vad känner jag till?
 - Vad behöver jag bestämma?
- ❹ Jobba med att bestämma modell parametrarn
- ❺ Validera, stämmer modellen/implementationen
- ❻ Integrera komponenterna i systemmodell.



Experimentella Data – Motormappen (motorkartan)

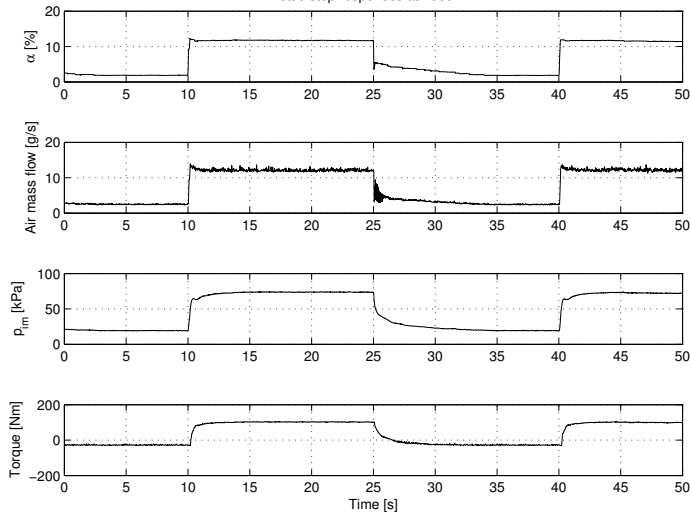
- Mappning – Kör motorn stationärt i punkter över "kartan".
($N, p_i m / m_{fi}$) + Slep för optimering.
- Lagra arbetspunktsdata:
 - En sensor (mätare) per kolumn
 - En punkt per rad.
- Studerar ofta beteende i
($N, p_i m / m_{fi}$)

Används för att optimera, föraren som bara ser RPM och gaspedal.



Experimentella Data – Dynamiska experiment

Throttle step responses at 1000 RPM



Modell-mål

Bygga virtuell motor.

Förstå signalerna.

Modellen ska generera signalerna.

Insignal (u) = trottels vinkel.

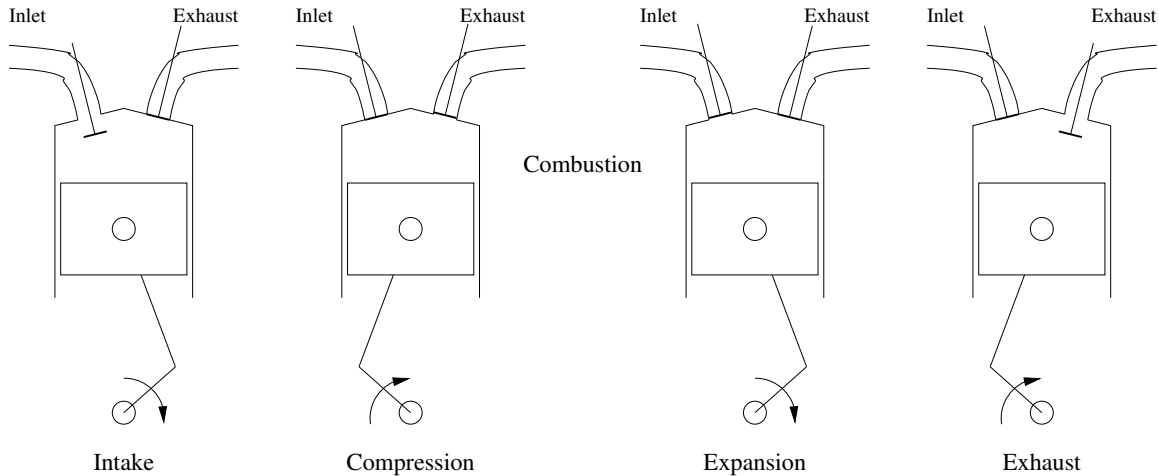
Delmodeller för utsignaler:

- Trottelflöde.
- Insugsdynamik.
- Momentmodell.

Innehållsförteckning

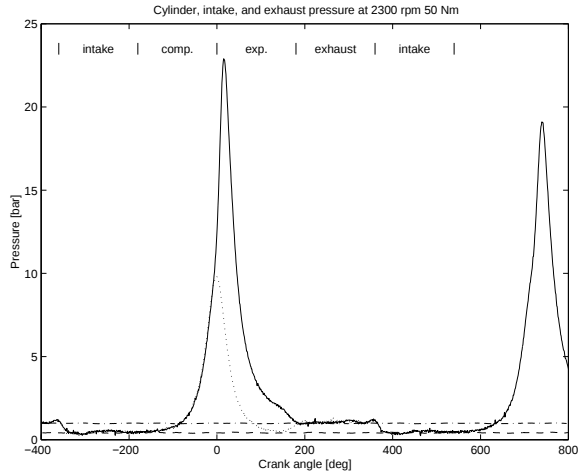
- 1 Repetition
- 2 Modellering, Mapper, och Data
- 3 Arbetsprinciper och Momentgenerering
 - Arbetscykeln
 - Grundläggande begrepp
- 4 Sammanfattning av termodynamiken
- 5 Motor cykelräkning
- 6 Motor, mer om arbetsprinciperna

Fyrtaktsprincipen - (En cykel = 2 varv = 4π)



Indikatordiagram

Indikatordiagram – Cylindertryck som funktion av vevaxelvinkel θ



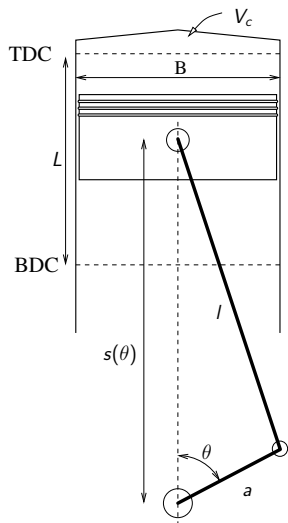
Motorgeometri $\Rightarrow$ Volym

Cylinder bore	B
Connecting rod length	l
Crank radius	a
Piston stroke	$L = 2a$
Crank angle	θ
Clearance volume	V_c
Displaced volume	$V_d = \frac{\pi B^2 L}{4}$

$$r_c = \frac{\text{maximum cylinder volume}}{\text{minimum cylinder volume}} = \frac{V_d + V_c}{V_c}$$

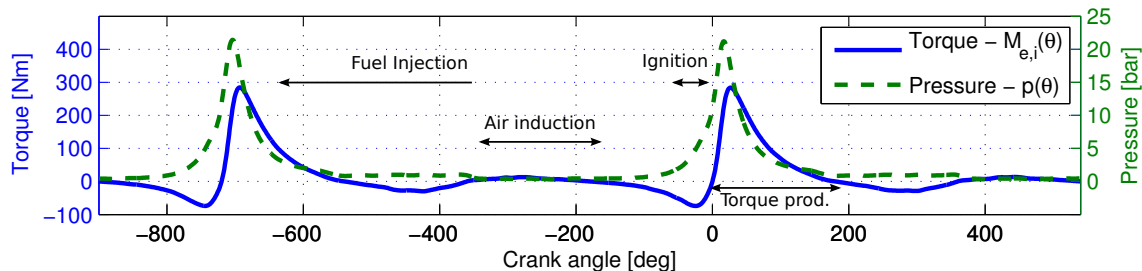
$$V(\theta) = V_c + \frac{\pi B^2}{4} (l + a - s(\theta))$$

$$s(\theta) = a \cos \theta + \sqrt{l^2 - a^2 \sin^2 \theta}$$



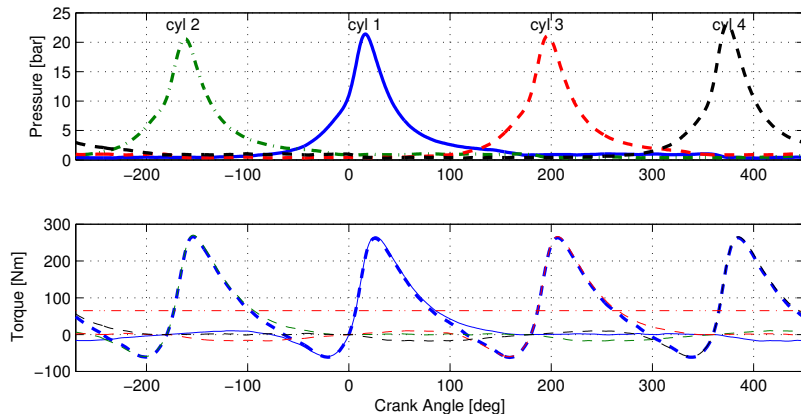
Cylindertryck och momentant moment

Tryck och moment från en cylinder, pulsationer ger varvtalsvariationer
(Mätning i labbet och koppling till diagnos).



Fler cylindrar och svänghjulet smetar ut variationerna

Cylindertryck och momentant moment



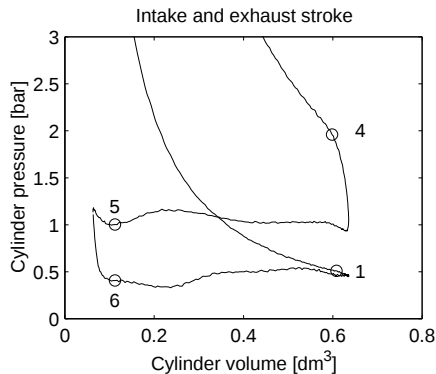
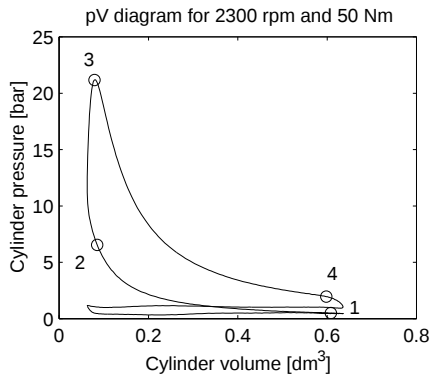
Flera cylindrar (4st)
Cylinderordning 1-3-4-2

Medelvärdesmodellens och motorns moment

$$M_e = \frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} M_{cyl}(\theta) d\theta - M_f = \frac{1}{4\pi} \oint p(V) dV - M_f$$

Indikatordiagram

Indikatordiagrammet från tidigare omräknat till pV-diagram



Varför pV-diagram?

–Arbetet kan räknas fram genom $W = \oint p dV$!

Cykler

Termodynamiska cykler som modell
av uppmätt indikordiagram

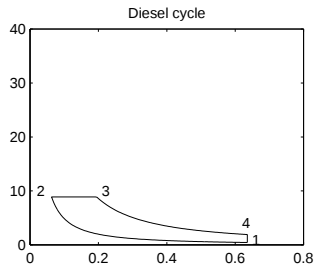
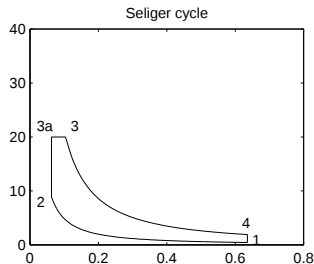
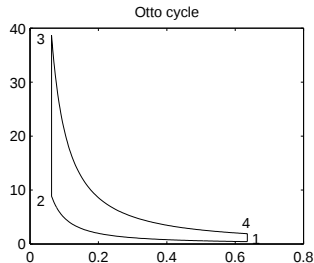
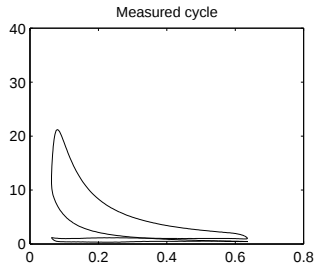
⇒ Handräkning och analytiska
resultat

Viktigt att göra skillnad på:

Ottomotor $\neq$ Ottocykel

Dieselmotor $\neq$ Dieselcykel

Seiliger ger bäst överensstämmelse



Innehållsförteckning

- 1 Repetition
- 2 Modellering, Mapper, och Data
- 3 Arbetsprinciper och Momentgenerering
- 4 Sammanfattning av termodynamiken
 - Termodynamiska storheter
 - Termodynamiska system, processer, och cykler
- 5 Motor cykelräkning
- 6 Motor, mer om arbetsprinciperna

En kort sammanfattning av termodynamiken

Mass specifika storheter – små bokstäver

$$v = \frac{V}{m}, q = \frac{Q}{m}, u = \frac{U}{m}, h = \frac{H}{m}, w = \frac{W}{m}$$

Ideal gas

$$p V = m R T$$

$$p v = R T$$

1:a Huvudsatsen

$$dQ = dU + dW$$

$$dq = du + dw$$

Rev. arbete

$$dW = p dV$$

$$dw = p dv$$

Entalpi

$$H = U + p V$$

$$h = u + p v$$

$$dH = dU + dp V + p dV$$

$$dh = du + dp v + p dv$$

1:a H. (igen)

$$dQ = dH - V dp$$

$$dq = dh - v dp$$

Värmekapacitet

$$C_v = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_v$$

$$c_v = \left(\frac{dq}{dT} \right)_v$$

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p$$

$$c_p = \left(\frac{dq}{dT} \right)_p$$

Samband:

$$du = c_v dT$$

$$dh = c_p dT$$

Ratio of specific heats

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

$$\gamma \in [1.2, 1.4]$$

En kort sammanfattning av termodynamiken

- Alla gaser vi räknar på i kursen är ideala.
- Ideala gaslagen $p V = m R T$ och $p V = n \tilde{R} T$
- $\tilde{R} = 8.3143 \text{ [J/mol K]}$ universella gaskonstanten,
 $R = \tilde{R}/M \text{ [J/kg K]}$ gaskonstanten.
- För en ideal gas gäller
(utgå från $h = u + pv$ och $pv = RT$)
- Kan med $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ få följande uttryck
- Alla gaser vi räknar på har c_p och c_v konstanta.

$$R = \frac{\tilde{R}}{M}$$

$$c_p - c_v = R$$

$$c_v = \frac{R}{\gamma-1}, \quad c_p = \frac{R}{1-1/\gamma}$$

Termodynamiska system och processer

System

- Isolerat
- Slutet
- Öppet

Processer

- *Isobar*: samma tryck $dp = 0$
- *Isokor*: samma volym $dV = 0$
- *Isoterm*: samma temp. $dT = 0$
- *Adiabatisk*: inget värmeutbyte $dQ = 0$
- *Reversibel*: $dW = p dV$
- *Isentropisk*: adiabatisk + reversibel (den bästa processen)

Isentropisk kompression och expansion – Ideal gas

Isentropisk betyder

- Ingen värmeöverföring $dq = 0$
- Reversibel process $dw = p dv$

–Söker samband som beskriver hur tillståndet förändras under processen

Utgå från 1:a Huvudsatsen

$$dq = du + dw \quad \Rightarrow \quad 0 = c_v dT + p dv$$

Ideal gas $p = \frac{RT}{v}$:

$$c_v dT = -\frac{RT}{v} dv \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{T} dT = -\frac{R}{c_v} \frac{1}{v} dv \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{T} dT = -\frac{c_p - c_v}{c_v} \frac{1}{v} dv \quad \Rightarrow \quad \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{T} dT = -(\gamma - 1) \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{v} dv$$

Isentropisk kompression och expansion – Ideal gas

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{T} dT = -(\gamma - 1) \int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{v} dv \quad \Rightarrow \quad \ln T_2 - \ln T_1 = -(\gamma - 1)(\ln v_2 - \ln v_1)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\gamma-1}$$

$$\left[T = \frac{p v}{R} \right] \quad \Rightarrow \quad \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\gamma} \quad \Leftrightarrow \quad p_2 v_2^{\gamma} = p_1 v_1^{\gamma}$$

$$\left[v = \frac{R T}{p} \right] \quad \Rightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Viktigaste ekvationen

$$p v^{\gamma} = \text{konstant}$$

Isokor process (konstant volym) – t.ex. förbränning

- Frigjord energi från bränslet

$$Q_{in} = \min(\lambda, 1) \cdot m_f \cdot q_{LHV}$$

- Konstant volym
- 1:a huvudsatsen (energiekvationen)

$$dV = 0$$

$$dQ = dU + p dV \quad \Rightarrow \quad dQ = dU$$

- Inre energi
- Integrera 1:a huvudsatsen

$$U = m u \quad \Rightarrow \quad dU = m_{tot} du = m_{tot} c_v dT$$

$$\int_0^{Q_{in}} dQ = \int_{T_2}^{T_3} m_{tot} c_v dT \quad \Rightarrow \quad Q_{in} = m_{tot} c_v (T_3 - T_2)$$

Isobar process (konstant tryck) – t.ex. förbränning

- Frigjord energi från bränslet

$$Q_{in} = \min(\lambda, 1) \cdot m_f \cdot q_{LHV}$$

- Konstant tryck
- Entalpidefinitionen + 1:a huvudsatsen

$$dp = 0$$

$$H = U + p V \quad \Rightarrow \quad dU = dH - p dV - V dp$$

$$dQ = dU + p dV = dH - V dp \quad \Rightarrow \quad dQ = dH$$

- Entalpi
- Integrera 1:a huvudsatsen

$$H = m h \quad \Rightarrow \quad dH = m_{tot} dh = m_{tot} c_p dT$$

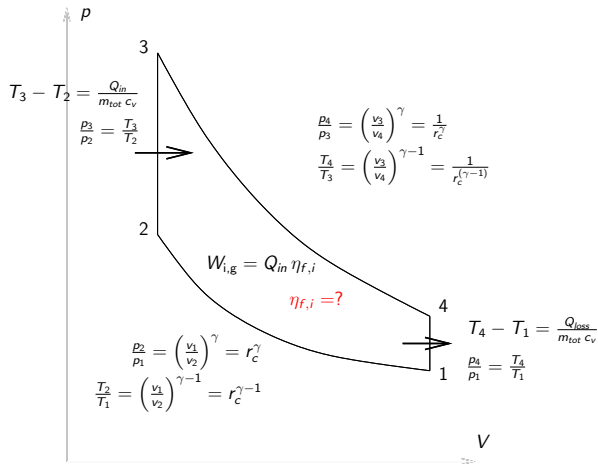
$$\int_0^{Q_{in}} dQ = \int_{T_2}^{T_3} m_{tot} c_p dT \quad \Rightarrow \quad Q_{in} = m_{tot} c_p (T_3 - T_2)$$

Innehållsförteckning

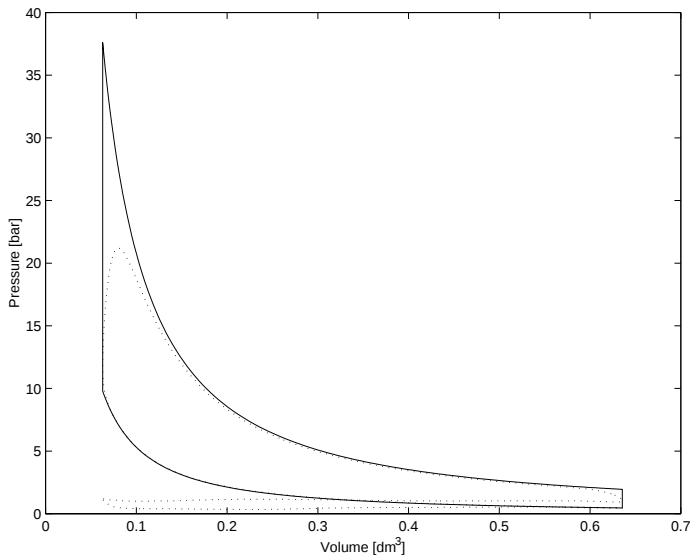
- 1 Repetition
- 2 Modellering, Mapper, och Data
- 3 Arbetsprinciper och Momentgenerering
- 4 Sammanfattning av termodynamiken
- 5 Motor cykelräkning
 - Jämförelse mellan modell och mätning
 - De ideala cyklernas effektivitet
- 6 Motor, mer om arbetsprinciperna

Cykelräkning – p_1 och T_1 givna

Termodynamiken ger en systematisk metod för att räkna cykeln runt.



Jämförelse mellan mätning och modell



Ideala Ottocykelns effektivitet

- Verkningsgrad
- Känner "tillförd energi" Q_{in}
- Två sätt att beräkna "arbete ut" W_{out}
 - Integrera arean $W_{out} = \oint p dV$
Lösa två integraler $\int c \cdot V^{-\gamma} dV$
 - Första lagen: efter en cykel har U inte ändrats

$$\eta_{otto} = \frac{\text{Arbete ut}}{\text{Tillförd energi}}$$

$$dQ = dU + dW \Rightarrow \Delta Q = \Delta W$$

$$\Delta W = W_{out}$$

$$\Delta Q = Q_{in} - Q_{loss}$$

$$\bullet \eta_{otto} = \frac{W_{out}}{Q_{in}} = \frac{Q_{in} - Q_{loss}}{Q_{in}} = 1 - \frac{Q_{loss}}{Q_{in}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}}$$

Ottocykelns effektivitet

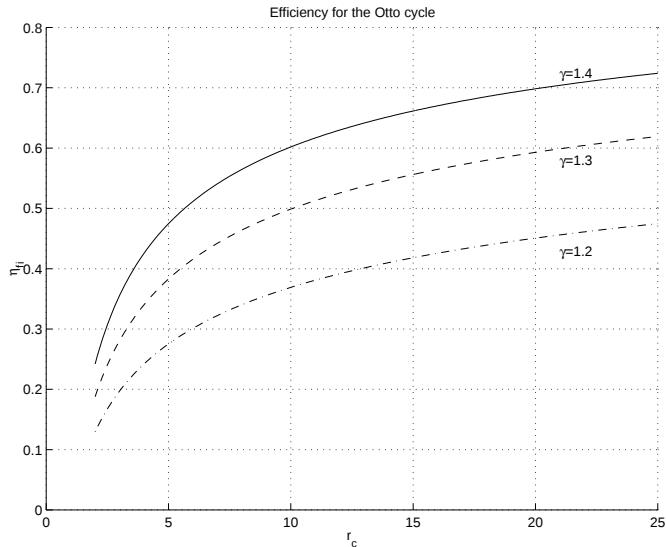
$$\eta_{f,i} = 1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}}$$

Normalfall $\gamma = 1.3$

Övningsuppgift:

Jämför $r_c = 10$ med $r_c = 5$ i ett pV-diagram.

Var förlorar man?



Innehållsförteckning

- 1 Repetition
- 2 Modellering, Mapper, och Data
- 3 Arbetsprinciper och Momentgenerering
- 4 Sammanfattning av termodynamiken
- 5 Motor cykelräkning
- 6 Motor, mer om arbetsprinciperna
 - pV diagrammet och andra cykler
 - Knack – En begränsning

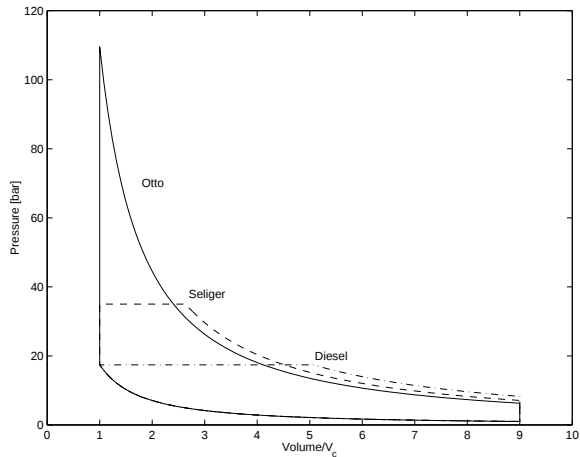
Cykeffektiviteten och pV-diagramet

Alla tre ideala cyklerna

$$\eta_{f,i} = \frac{W_i}{Q_{in}}$$

Förutsättning:
Samma Q_{in} .

Vad syns i diagrammet?



$$\eta_{Otto} > \eta_{Seliger} > \eta_{Diesel}$$

Dieselcykel eller cykel med konstant-tryck

$$\eta_{f,i} = 1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}} \frac{\beta^\gamma - 1}{(\beta - 1)\gamma}$$

Seiligercykel eller cykel med begränsat-tryck

$$\eta_{f,i} = 1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}} \frac{\alpha\beta^\gamma - 1}{\alpha(\beta - 1)\gamma + \alpha - 1}$$

Notera att Dieselcykeln ($\alpha = 1$)
och Ottocykeln ($\alpha = 1$ och $\beta = 1$)
är specialfall av Seiligercykeln.

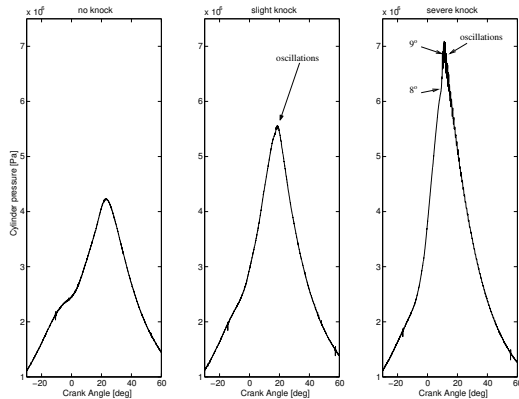
- Alla cykler säger att vi skall ha högt kompressionstal!
- Vad är haken?

Några kolvar som utsatts för knack



- Knack (spikning) och oktantal hänger samman
Oktantalet är bränslets motstånd mot självantändning.
- Krav på styrsystemet
–Hantera olika bränslen.

Knack – En begränsning för bensinmotorer



–Knack kan förstöra motorn!

–Mer om denna begränsning för bensinmotorn nästa läsperiod...

Innehållsförteckning

- 1 Repetition
 - Luft och bränsle
- 2 Modellering, Mappar, och Data
- 3 Arbetsprinciper och Momentgenerering
 - Arbetscykeln
 - Grundläggande begrepp
- 4 Sammanfattning av termodynamiken
 - Termodynamiska storheter
 - Termodynamiska system, processer, och cykler
- 5 Motor cykelräkning
 - Jämförelse mellan modell och mätning
 - De ideala cyklernas effektivitet
- 6 Motor, mer om arbetsprinciperna
 - pV diagrammet och andra cykler
 - Knack – En begränsning