

TSFS09 – Modellering och Reglering av Motorer och Drivlinor (MoDr)

Fö 4 – Momentmodellen, Motorreglering

Lars Eriksson - Kursansvarig

Fordonssystem, Institutionen för Systemteknik
Linköpings universitet
larer@isy.liu.se

September 16, 2025

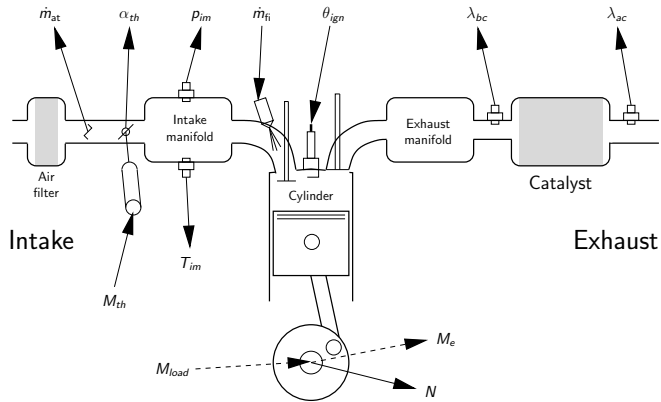
Innehållsförteckning

- 1 Repetition
 - Modellvalidering
 - Termodynamik
 - Knack – En begränsning
- 2 Projekt 1: Virtuellt motor
- 3 Momentmodellen
- 4 Grundläggande Reglering

Luft och bränsle → Arbete och emissioner

Medelvärdesmodellering

Samband mellan aktuator och sensorer samt sensorer inbördes.



Modellsammanfattning 1(3)

Gaspedalstolkning och trottelposition

$$\alpha_{ref} = u_{pedal} \quad \text{där } u_{pedal} \in [0, 1]$$

$$\alpha = H_{\alpha}(s) \alpha_{ref}$$

Luftflöde in i insugsröret

$$\dot{m}_{at}(\alpha, p_{amb}, T_{amb}, \Pi) = \frac{p_{amb}}{\sqrt{R T_{amb}}} \underbrace{A_{th}(\alpha) \cdot C_{th}(\alpha)}_{A_{eff}(\alpha)} \cdot C_{th}(\alpha) \cdot \Psi(\Pi)$$

Luftflöde in i cylindern

$$\dot{m}_{ac}(N, p_{im}, T_{im}) = \eta_{vol}(N, p_{im}, \Delta_{EVO}, \Delta_{IVO}) \frac{p_{im} V_d n_{cyl} N}{R T_{im} n_i}$$

Tryckuppbyggnad i insugsröret

$$\frac{dp_{im}}{dt} = \frac{R T_{im}}{V_{im}} \frac{dm_{im}}{dt} = \frac{R T_{im}}{V_{im}} (\dot{m}_{at} - \dot{m}_{ac})$$

Modellsammanfattning 2(3)

Flöde genom katalysator och avgassystemet (inkompressibel turbulent)

$$\dot{m}_{cat} = C_3 \sqrt{\frac{p_{em} \Delta p}{R T_{em}}}, \quad \Delta p = p_{em} - p_{amb}$$

Gasflöde från motorn

$$\dot{m}_{cyl} = \dot{m}_{ac} + \dot{m}_{fc}$$

Tryckuppbyggnad i avgasröret

$$\frac{dp_{em}}{dt} = \frac{R T_{em}}{V_{em}} \frac{dm_{em}}{dt} = \frac{R T_{em}}{V_{em}} (\dot{m}_{cyl} - \dot{m}_{cat})$$

Avgastemperatur T_{em}

Tankesätt

- Titta på ekvationerna och fundera på alla variabler ni ser, vad är de för typ?
- Hur skall man få värden på alla variabler. Signaler/parametrar/konstanter?

Modellsammanfattning 3(3)

Bränsleinjektor - Port inspr.

$$\dot{m}_{fi} = C_1 N(t_{inj} - t_0(u_{batt}))$$

Bränslefilm

$$\begin{aligned}\frac{dm_{fp}}{dt} &= X \dot{m}_{fi} - \frac{1}{\tau_{fp}} m_{fp} \\ \dot{m}_{fc} &= (1 - X) \dot{m}_{fi} + \frac{1}{\tau_{fp}} m_{fp}\end{aligned}$$

Bränsleinjektor - Direkt inspr.

$$\dot{m}_{fc} = C_1 N(t_{inj} - t_0(u_{batt}))$$

λ till motor

$$\lambda = \frac{\dot{m}_{ac}}{\dot{m}_{fc}} / (A/F)_s$$

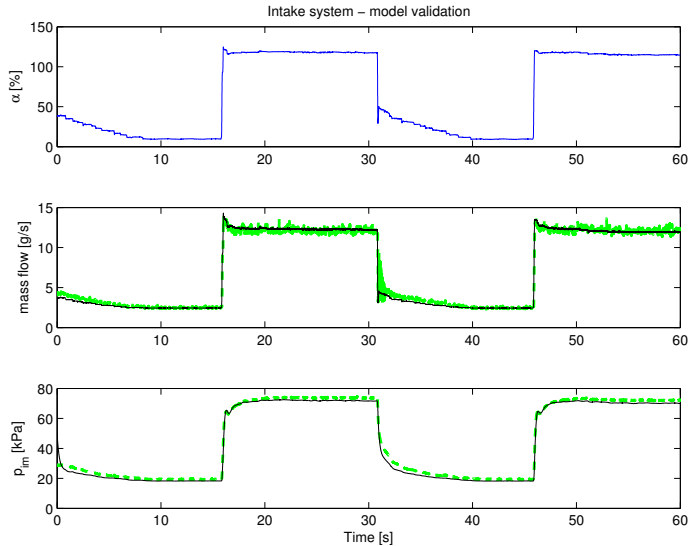
Gasblandning & Transportfördröjning

$$\frac{d}{dt} \lambda_{exh}(t) = \frac{1}{\tau_{mix}} (\lambda(t - \tau_d(N)) - \lambda_{exh}(t))$$

Sensordynamik

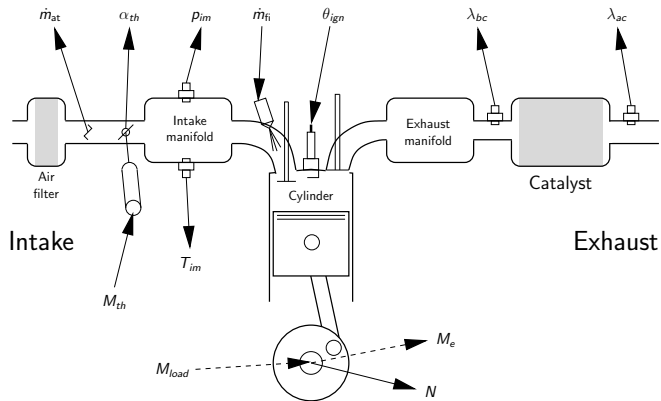
$$\frac{d}{dt} \lambda_s(t) = \frac{1}{\tau_\lambda} (\lambda_{exh}(t) - \lambda_s(t))$$

Insugsrör – Modellvalidering



Luft och bränsle → Arbete och emissioner

Nästa steg – Hoppa in i cylindern och räkna oss runt cykeln – Termodynamik
Siktet inställt på en fysikaliskt baserad momentmodell.



Repetition Termodynamik

Isentropisk betyder

- Ingen värmeöverföring $dq = 0$
- Reversibel process $dw = p dv$

Frigjord energi från bränslet

$$Q_{in} = \min(\lambda, 1) \cdot m_f \cdot q_{LHV}$$

Isokor process (konstant volym)

- Konstant volym $dV = 0$
- Integrera 1:a huvudsatsen

$$\int_0^{Q_{in}} dQ = \int_{T_2}^{T_3} m_{tot} c_v dT \Rightarrow Q_{in} = m_{tot} c_v (T_3 - T_2)$$

Viktigaste ekvationen + ideal gas

$$p v^\gamma = \text{konstant},$$

$$p_2 v_2^\gamma = p_1 v_1^\gamma \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

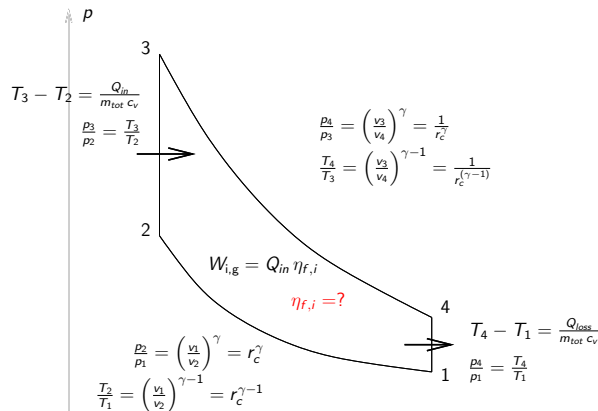
Isobar process (konstant tryck)

- Konstant tryck $dp = 0$
- Entalpidefinitionen + 1:a huvudsatsen

$$\int_0^{Q_{in}} dQ = \int_{T_2}^{T_3} m_{tot} c_p dT \Rightarrow Q_{in} = m_{tot} c_p (T_3 - T_2)$$

Cykelräkning – p_1 och T_1 givna

Termodynamiken ger systematisk metod för att räkna runt cykeln



Räknar på samma sätt för Diesel och Seiliger cykeln. Byt ut c_v mot c_p i förbränningsstegen.

Cykeleffektivitet forts.

Ottocykel konstant-volymsförbränning

$$\eta_{f,i} = 1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}}$$

Dieselcykel eller cykel med konstant-trycksförbränning

$$\eta_{f,i} = 1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}} \frac{\beta^\gamma - 1}{(\beta - 1)\gamma}$$

Seiligercykel eller cykel med begränsat-tryck

$$\eta_{f,i} = 1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}} \frac{\alpha\beta^\gamma - 1}{\alpha(\beta - 1)\gamma + \alpha - 1}$$

Notera att Dieselcykeln ($\alpha = 1$)
och Ottocykeln ($\alpha = 1$ och $\beta = 1$)
är specialfall av Seiligercykeln.

- Alla cykler säger att vi skall ha högt kompressionstal!
- Vad är haken?

Några kolvar som utsatts för knack



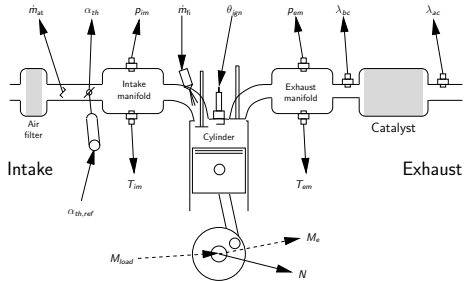
- Knack (spikning) och oktantal hänger samman
Oktantalet är bränslets motstånd mot självantändning.
- Krav på styrsystemet
 - Hantera olika bränslen. Kalibrering av tändläge (förr).
 - Återkoppling från knacksensor (nu).

Innehållsförteckning

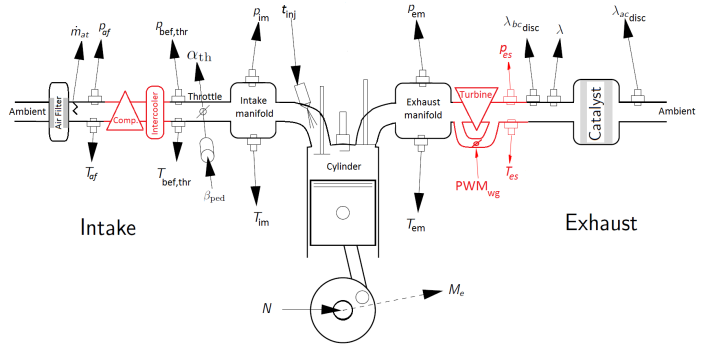
- 1 Repetition
- 2 Projekt 1: Virtuellt motor
 - Modellering och beräkning av modellparametrar
- 3 Momentmodellen
- 4 Grundläggande Reglering

Scenario i Projekt 1: Vi skall bygga en ny motor, utan VVT.

Vi skall bygga en ny sugmotor.



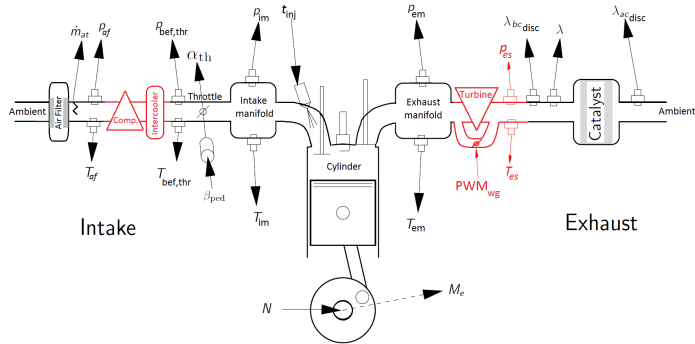
Återanvända komponenter från befintlig turbomotor.



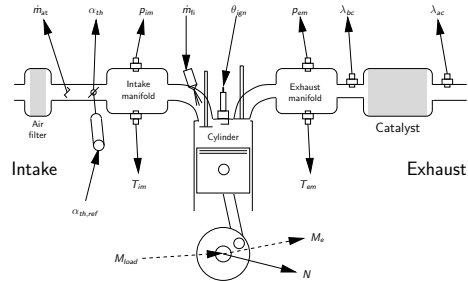
- Återanvändning av komponenter i prototyper är vanligt i industrin.
- Snabbar upp utvecklingen och minskar kostnaderna.
- Återanvänd även modellerna!

Modellering och beräkningar av modellparametrar

Mätningar på turbomotor i motorlabbet.



Motorn som modelleras i Projekt 1.



Virtuell Motor - Allt som behövs skall skapas i modellen.

- Vilka mätningar behövs för att modellera komponenten? (Ekvationerna igen)
- Hur är komponenten inkopplad vid mätningen? (katalysator $p_{in} = p_{es}$)
- Hur kopplas komponenten in i motorn? (katalysator $p_{in} = p_{em}$)

Innehållsförteckning

- 1 Repetition
- 2 Projekt 1: Virtuellt motor
 - Modellering och beräkning av modellparametrar
- 3 Momentmodellen
- 4 Grundläggande Reglering

Delmodeller och modelleringsmetodik

Luftflöde in i insugsröret

$$\dot{m}_{at}(\alpha, p_{amb}, T_{amb}, \Pi) = \frac{p_{amb}}{\sqrt{RT_{amb}}} \cdot \underbrace{A_{th}(\alpha) \cdot C_{th}(\alpha)}_{A_{eff}(\alpha)} \cdot C_{th}(\alpha) \cdot \Psi(\Pi)$$

Luftflöde in i cylindern

$$\dot{m}_{ac}(N, p_{im}, T_{im}) = \eta_{vol}(N, p_{im}, \Delta_{EVO}, \Delta_{IVO}) \frac{p_{im} V_d n_{cyl} N}{R T_{im} n_i}$$

Isolera delmodellerna, beräkna värde från mätdata, lös MK och validera (Matlab illustration)

$$A_{eff}(\alpha) = c_1 + c_2\alpha + c_3\alpha^2$$

$$\eta_{vol}(N, p_{im}, \Delta_{EVO}, \Delta_{IVO}) = c_1 + c_2 p_{im} + c_3 p_{im} N + c_4 N + c_5 \sqrt{p_{im}} + c_6 \Delta_{EVO} + c_7 \Delta_{IVO}$$

Innehållsförteckning

1 Repetition

2 Projekt 1: Virtuellt motor

3 Momentmodellen

- Indikerat bruttonmoment
- Tändningseffektivitet
- Medeleffektivt tryck – MEP
- Pumparbete
- Motorfriktion
- Musseldiagram

4 Grundläggande Reglering

Medelvärdesmodell för indikerat bruttoarbete W_{ig}

- Utgår från tillgänglig energi

$$W_{ig} = m_f q_{HV} \tilde{\eta}_{ig}(\lambda_c, \theta_{ign}, r_c, \omega_e, V_d)$$

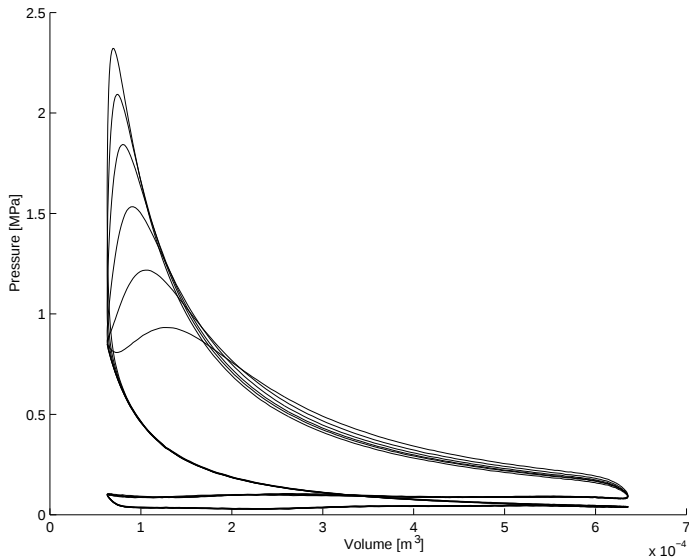
- Dra bort förlusterna från ideal Ottocykel samt verkliga förluster

$$\tilde{\eta}_{ig}(\lambda_c, \theta_{ign}, r_c, \omega_e, V_d) = \min(1, \lambda_c) \cdot \left(1 - \frac{1}{r_c^{\gamma-1}}\right) \cdot \eta_{ign}(\theta_{ign}) \cdot \eta_{ig,ch}(\omega_e, V_d)$$

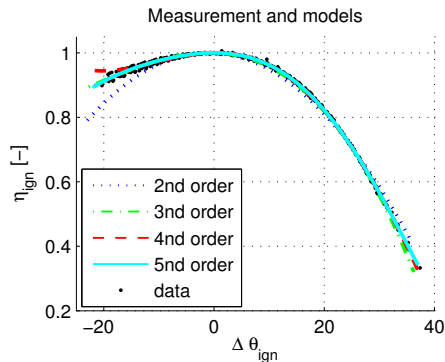
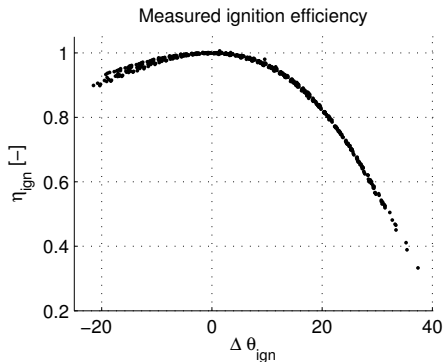
- Skillnad verklig/ideal $\eta_{ig,ch}(\omega_e, V_d)$ (chamber losses)
 - Ändlig förbränningshastighet $\sim 2\%$
 - Värmeöverföring $\sim 15\%$
 - resultat $\eta_{ig,ch} \approx [0.8, 0.85]$.
- Optimal tändtidpunkt beror på $\dots$, momentkurvan på $\dots$

$$\eta_{ign}(\theta_{ign}) = 1 - C_{ign} \cdot (\theta_{ign} - \theta_{ign,opt}(\omega_e, m_f, \lambda, \dots))^2$$

Tändningen styr arbetsproduktionen



Tändningseffektivitet



Enklaste modellen ger insikt (högre ordning ger bara bättre anpassning)

$$\eta_{ign}(\theta_{ign}) = 1 - C_{ign} \cdot (\theta_{ign} - \theta_{ign,opt}(\omega_e, m_f, \lambda, \dots))^2$$

–I projektet antar vi att vi har en regulator som ger optimal tändtidpunkt.

MEP – Ett viktigt begrepp

- Mean effective pressure – Medeleffektivt tryck

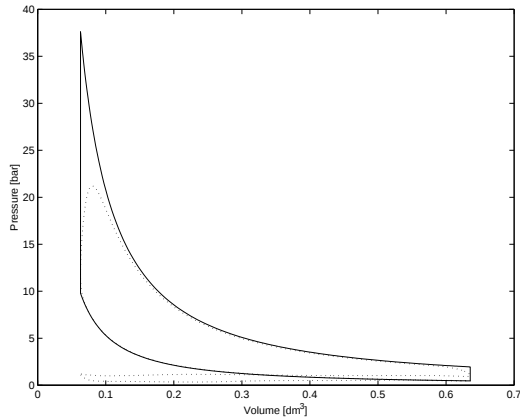
$$MEP = \frac{\text{Arbete under en cykel}}{\text{Motor Volym}} = \frac{W}{V_d}$$

$$W = M 4 \pi$$

enheten $\text{Nm/m}^3 = \text{N/m}^2$ vilket är detsamma som tryck.

- xMEP – x anger var man mäter arbetet
 - IMEP – Indikerat arbete (cylindertryck)
 - FMEP – Friktionsarbete
 - BMEP – Bromsat arbete
 - PMEP – Pumparbete (cylindertryck)
- Max BMEP för sugmotor = ca 1 MPa (bra att komma ihåg)

Pumparbete – sista "enkla" åtgärden

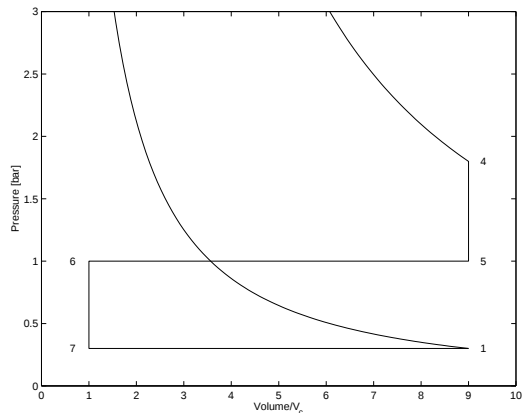
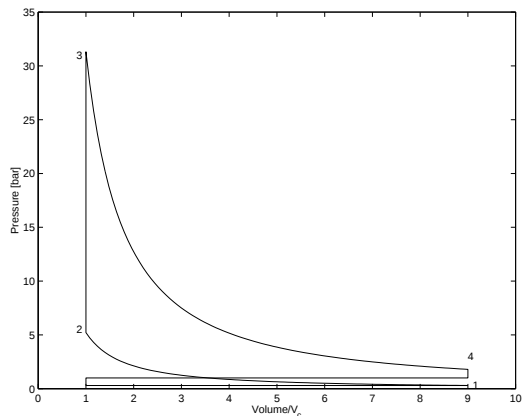


Brutto IMEP (IMEP_g gross) och netto IMEP.

$$\text{IMEP} = \text{IMEP}_g - \text{PMEP}.$$

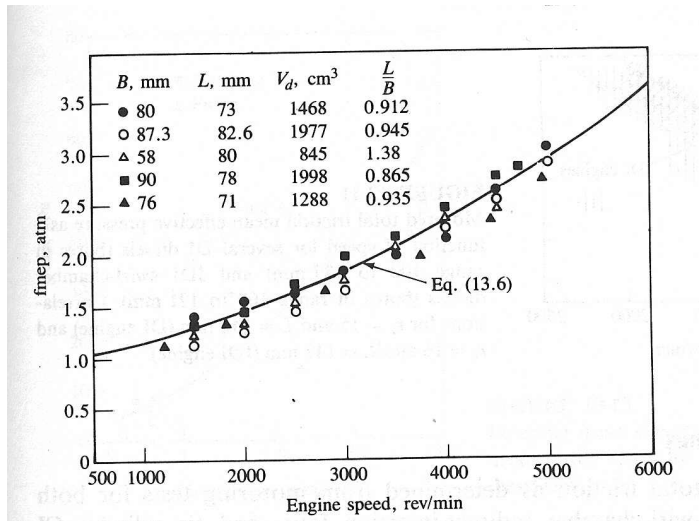
Medelvärdesmodell för pumparbete

- Dellast $p_i = 0.3$ bar and $p_e = 1$ bar.



- Pumparbete (omsluten area)

$$W_p = (p_e - p_i) V_d = PMEP \cdot V_d$$



- Friktionen kan uttryckas i FMEP (friction mean effective pressure)

$$W_f = V_d \cdot \text{FMEP}$$

- Heywood polynomial

$$\text{FMEP} = C_{f0} + C_{f1} N + C_{f2} N^2$$

- ETH model

$$\text{FMEP} = \xi_{aux} \cdot [(0.464 + 0.0072 S_p^{1.8}) \cdot \Pi_{bl} \cdot 10^5 + 0.0215 \cdot \text{BMEP}] \cdot \left(\frac{0.075}{B} \right)^{0.5}$$

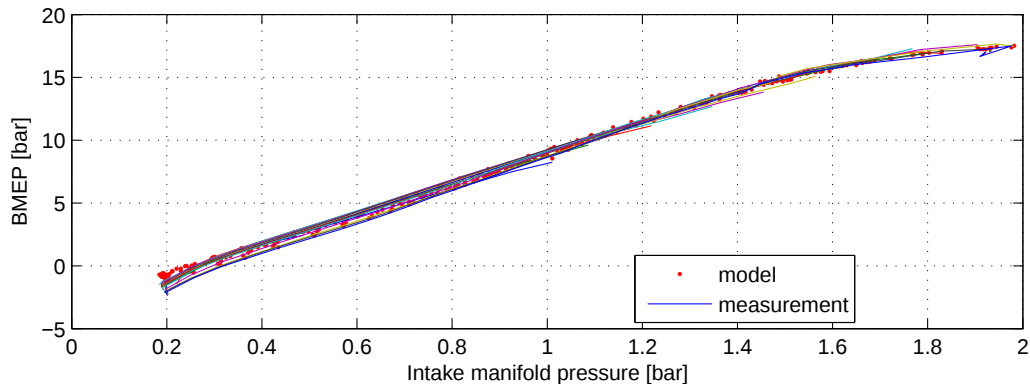
- Finns omfattande MIT modell från (1989) utvidgad (2002).

- Bra att komma ihåg
 $\max \text{BMEP} \approx 10^6 \text{ Pa}$

$$\text{FMEP} \approx 10^5 \text{ Pa}$$

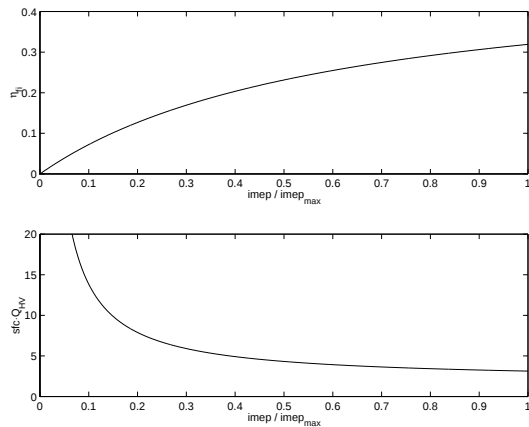
Momentmodellen

Momentet starkt kopplat till insugstrycket.



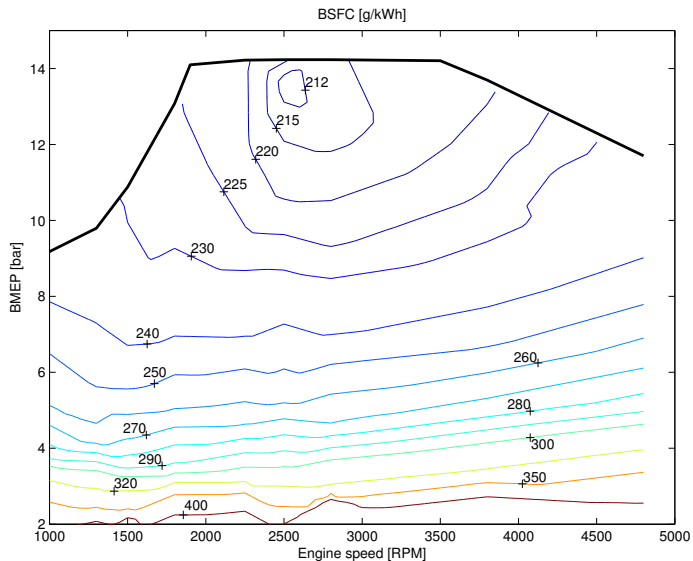
–Motivet till varför insugstrycket anses vara detsamma som last i bensinmotorer.

Lastberoende effektivitet



Ökande last förbättrar effektiviteten.
Indikerad *sfc* visas också.

Musseldiagram – “Performance map”

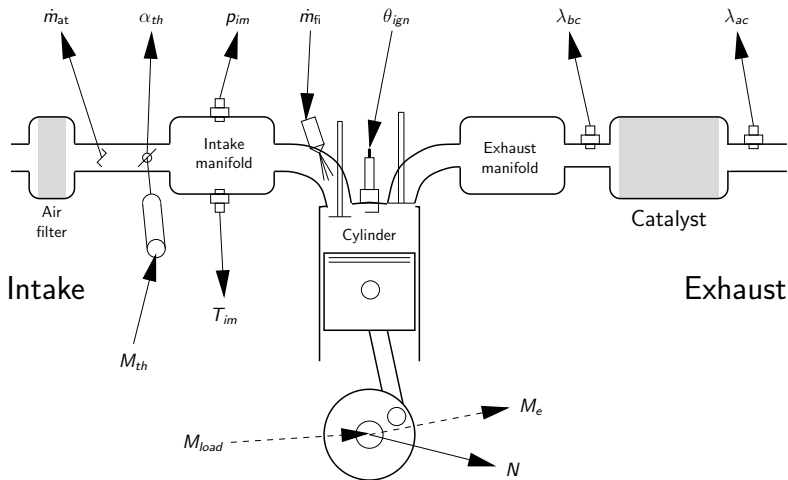


Innehållsförteckning

- 1 Repetition
- 2 Projekt 1: Virtuellt motor
- 3 Momentmodellen
- 4 Grundläggande Reglering
 - Reglermål – Emissioner

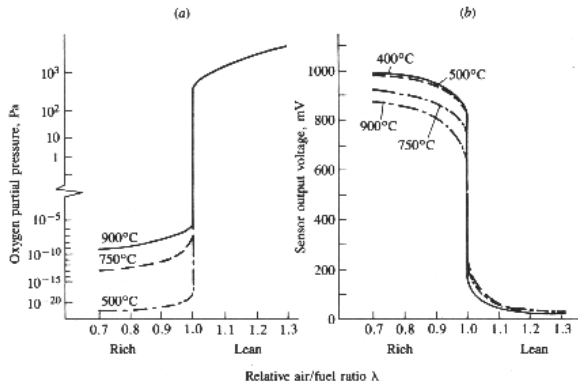
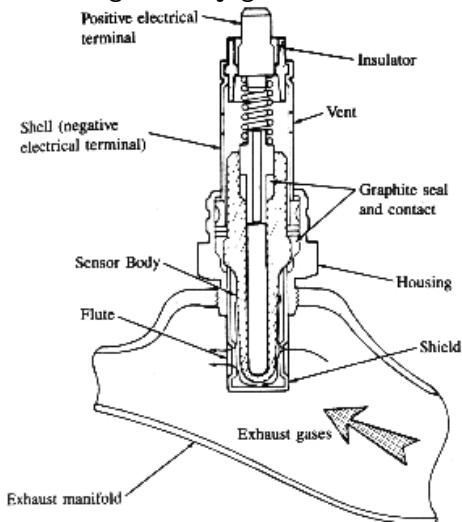
Lambda sensorer – Diskret

Samband mellan aktuator och sensorer samt sensorer inbördes.



Diskret λ -sensor – Exhaust Gas Oxygen sensor (EGO)

- Diskret i amplitud: Mager – Fet
- Billigaste möjliga sensorn för ändamålet



Sensormodell för diskret sensor

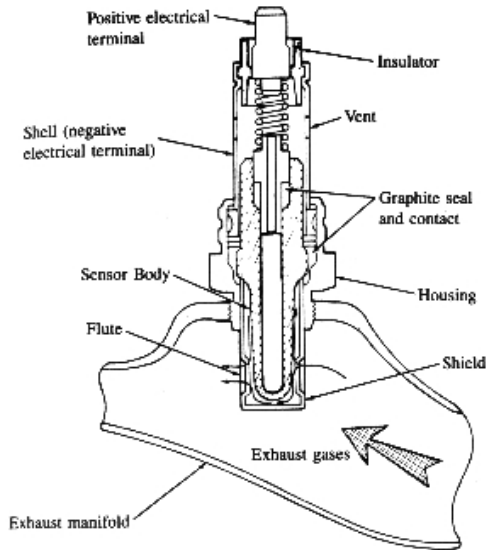
Sensorns utsignal

$$\lambda_{\text{sond}} = \begin{cases} 1 \text{ V} & \text{om } \lambda_s < 1 \\ 0.6 \text{ V} & \text{om } \lambda_s = 1 \\ 0 \text{ V} & \text{om } \lambda_s > 1 \end{cases}$$

Signalkonditionering i styrsystemet omvandlar enkelt signalen till

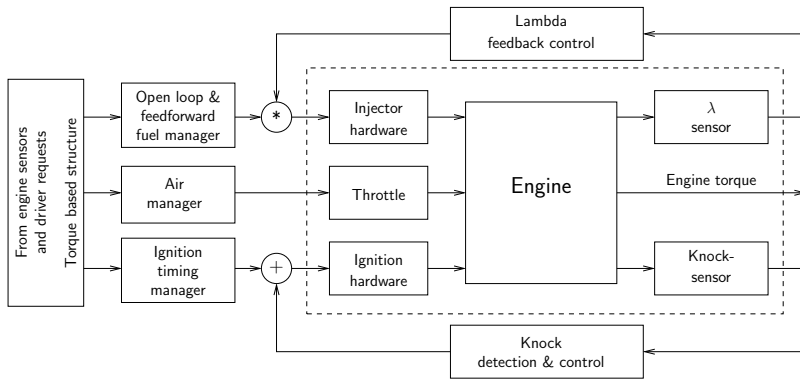
$$\lambda_{\text{sond}} = \begin{cases} 1 & \text{om } \lambda_s > 1 \\ 0 & \text{om } \lambda_s = 1 \\ -1 & \text{om } \lambda_s < 1 \end{cases}$$

Idealt beteende för EGO sensor



Motorreglering - Två huvudloopar + moment

Viktigaste reglerlooparna för bensinmotorer. Den översta är *lambda-regulatorn* (utsläpp), mellersta styr momentet (körbarhet) och den nedersta är *tändningsregulatorn* (effektivitet).



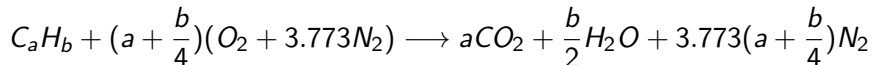
Två huvudloopar för alla bensinmotorer

- Luft- och bränslereglerng (Emissioner)
- Tändningsreglering (Effektivitet eller bränsleförbrukning)

Dessutom en momentloop – Förarens begäran via gaspedal

- Styr luftmassa i cylindern (dvs insugstryck)
- Öppen styrning

Perfekt förbränning



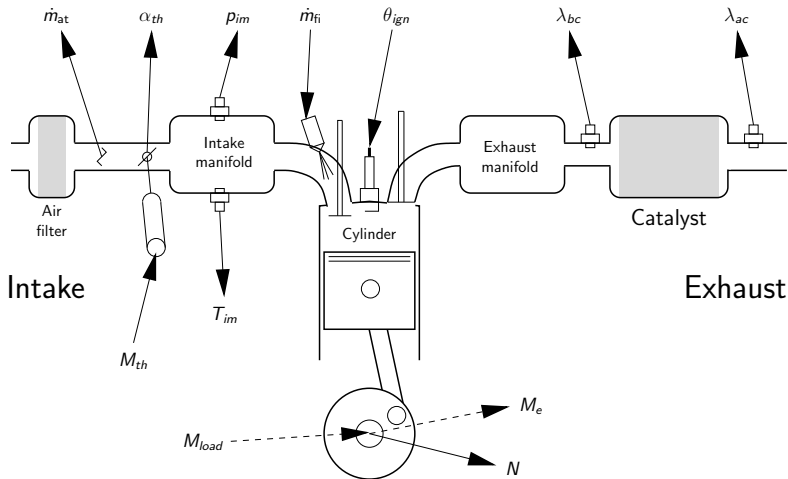
Vatten, koldioxid och kväve räknas inte som emissioner.

(Minskning av koldioxidutsläpp kräver minskad bränsleförbrukning, eller att man samlar alla avgaser?)

Bildas även NO , NO_2 , CO , och oförbrända kolväten HC

Emissioner efter motorn

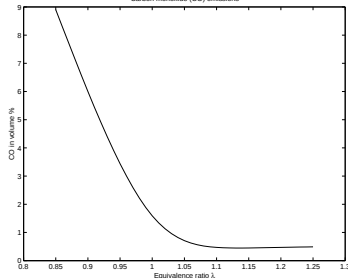
Samband mellan aktuator och sensorer samt sensorer inbördes.



Emissionerna påverkas av luft/bränsle förhållandet

CO

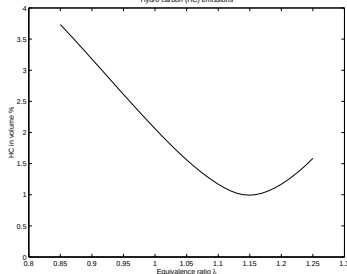
Carbon monoxide (CO) emissions



λ

HC

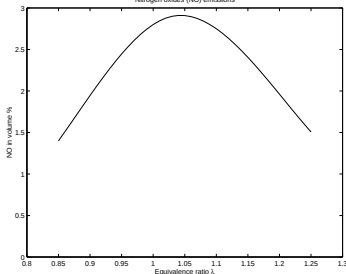
Hydro carbon (HC) emissions



λ

NO

Nitrogen oxides (NO) emissions

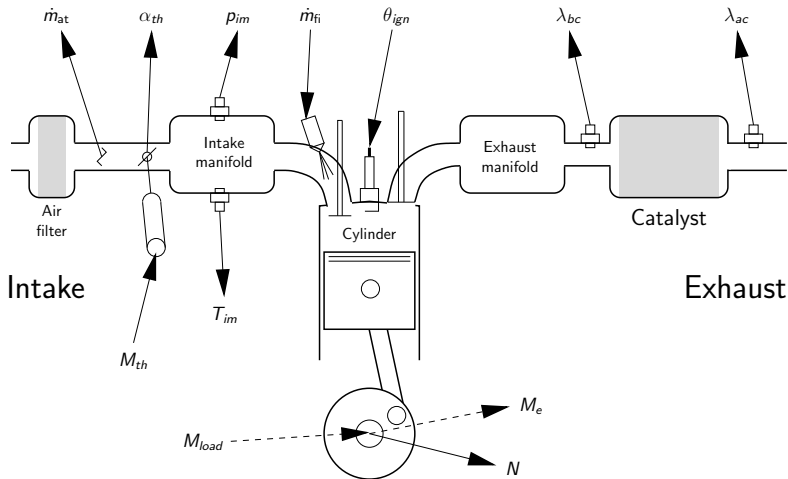


λ

- CO, Kan förstå det mesta från reaktionsekvationen
- HC, förstå $\lambda < 1$ från reaktions ekvationen, instabil förbränning $\lambda > 1.3$.
- NO, temperatur (varmast runt $\lambda = 1$) och tillgång på syre.

Emissioner efter katalysatorn

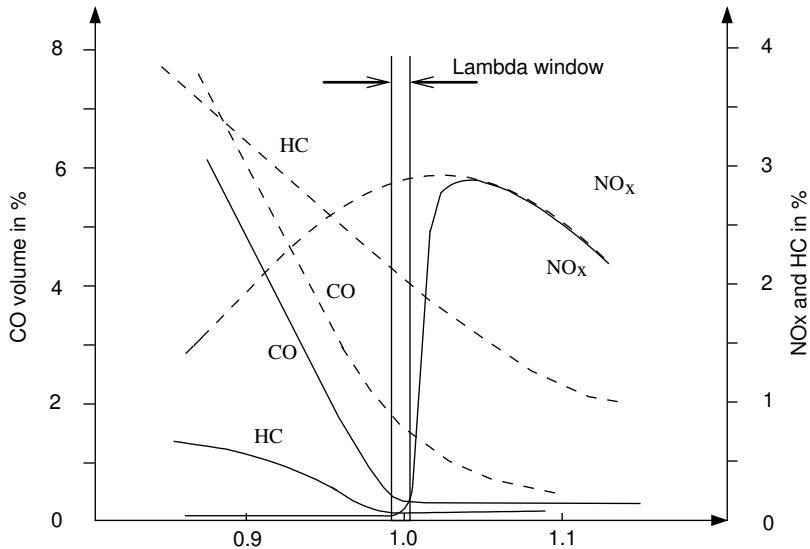
Samband mellan aktuator och sensorer samt sensorer inbördes.



Trevägskatalysatorn och lambdafönsteret

streckad - före katalysatorn

heldragen - efter katalysatorn



Trevägs-katalysatorn

- oxiderar - HC
- oxiderar - CO
- reducerar - NO, NO₂

med hög effektivitet om $\lambda \in 1 \pm 0.03$

Avgasrening med trevägs-katalysator - kräver reglering

- Grunläggande mål:
Ge en förbränningsbar blandning av luft och bränsle.
- Delmål:
Reglera $\lambda = 1$ – emissionsrening (**viktigast**)
Reglera $\lambda > 1$ – bränsleeffektivitet
Reglera $\lambda < 1$ – skydda motor och andra komponenter
- Strategier:
Föraren $\rightarrow$ spjällvinkel
Föraren $\rightarrow$ bränslemängd
Föraren $\rightarrow$ "luftmängd" regelsystemet styr α och $\dot{m}_{fi}$.

λ -reglering ($\lambda = 1 \pm 0.03$)

- Hårt krav och modellosäkerheter $\Rightarrow$ **Återkoppling** nödvändig.
Stationärt $\lambda = 1$:
Återkoppling från (diskret) λ -sensor.
- Tidsfördröjning $\tau_d(N)$ $\Rightarrow$ **Framkoppling** nödvändig.
(Enbart återkoppling räcker ej under transienter.)
Transient:
Framkoppling från insugssensorer (p, T), pedalrörelse, varvtalsförändring, etc.
Speed density – Mass air flow.

PI reglering av λ

Framkopplingen beräknar ett nominellt bränsleflöde

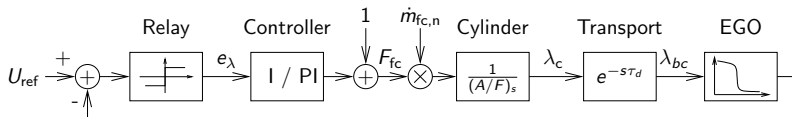
$$\dot{m}_{fc,n} = \dots$$

Återkopplingen justerar gissningen med en multiplikation

$$\dot{m}_{fc,d} = \dot{m}_{fc,n} F_{fc} = \dot{m}_{fc,n} (1 + \Delta_{fc})$$

Multiplikationen centreras runt 1.

$$F_{fc} = (1 + \Delta_{fc}) \quad \text{med} \quad \Delta_{fc} = K_I \int e_\lambda dt$$



Krav: $\lambda = 1$ stationärt (inget stationärt fel).

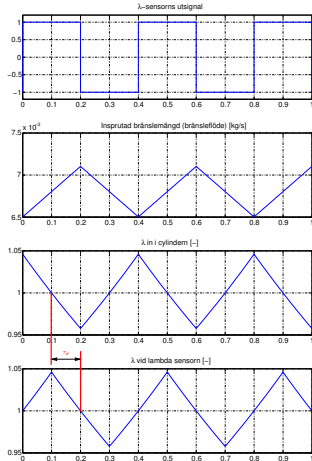
Vilken är den enklaste regulatorn som uppfyller detta?

–I-regulator!

Analys av reglersystemet

- Beskrivande funktion (reglerteori/reglerteknik fk).
- Förenklad grafisk lösning men fortfarande exakt lösning.

Integrerande regulator



$$\lambda_{sond}(t)$$

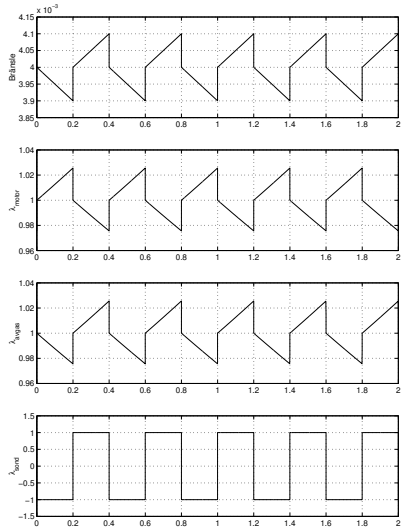
$$\text{Bränsle: } u(t) = K_I \int \lambda_{sond}(t) dt$$

$$\lambda_{motor}(t) = \frac{K_{luft}(t)}{u(t)}$$

$$\lambda_{avgas} = \lambda_{motor}(t - \tau_d)$$

$$\text{Självsvängningstid } T = 4\tau_d$$

PI regulator



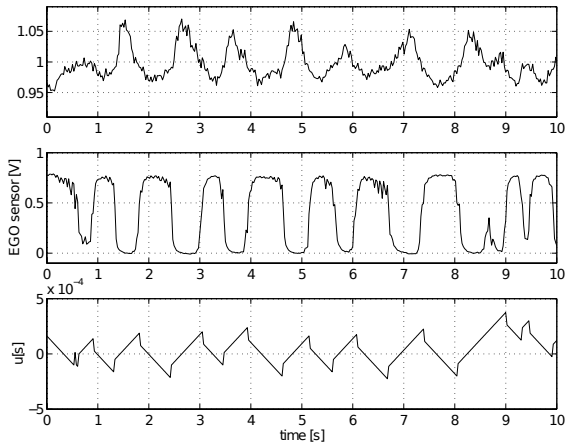
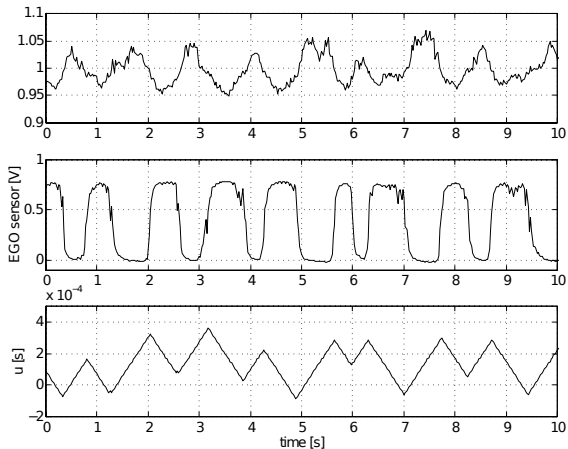
$$u(t) = K_p \lambda_{sond}(t) + K_I \int \lambda_{sond}(t) dt$$
$$K_p = \frac{1}{2} \tau_d K_I$$

$$\lambda_{motor}(t) = \frac{K_{luft}(t)}{u(t)}$$

$$\lambda_{avg} = \lambda_{motor}(t - \tau_d)$$

$$\lambda_{sond}(t)$$

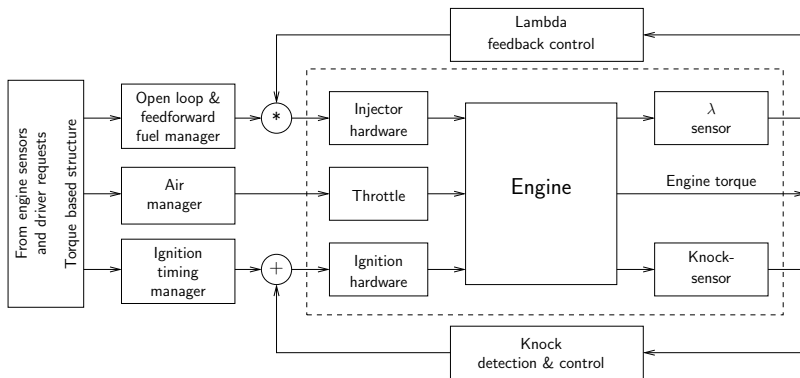
Experiment i motorlabbet



Känner igen huvuddragen
Tuning av PI regulatoren kan göras bättre.

Framkoppling i λ -regulatorn – Transienter

Viktigaste reglerlooparna för bensinmotorer. Den översta är *lambda-regulatorn* (utsläpp), mellersta styr momentet (körbarhet) och den nedersta är *tändningsregulatorn* (effektivitet).



Grundinsprutning & Framkopplingsloopen i λ -regulatorn

Mass air flow principle (CFI):

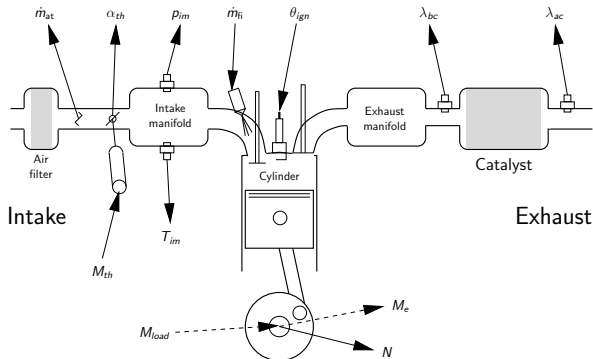
Kan mäta $\dot{m}_{at}$

$$\dot{m}_f = \frac{\dot{m}_{at}}{(A/F)_s \lambda}$$

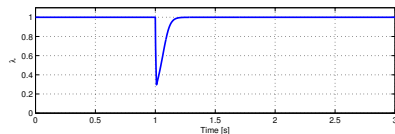
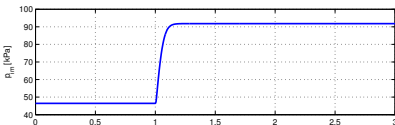
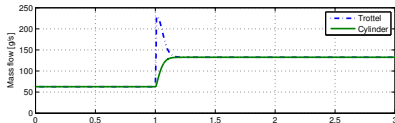
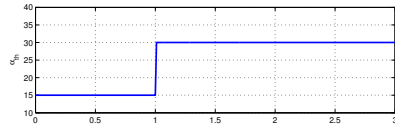
Speed density principle (PFI):

Använd η_{vol} och mät p_{im} , N , T_{im}

$$\dot{m}_f = \eta_{vol}(N, p_{im}) \frac{p_{im} V_d N}{R T_{im} n_i} \cdot \frac{1}{(A/F)_s \lambda}$$



λ -Reglering – Transient



Kan inte mäta $\dot{m}_{ac}$

Mass air flow principle:

Kan mäta $\dot{m}_{at}$

Problem pga ej rätt flöde (se fig)

Speed density principle (nästa slides):

Utnyttja η_{vol} och mät p_{im} , N samt T_{im} .

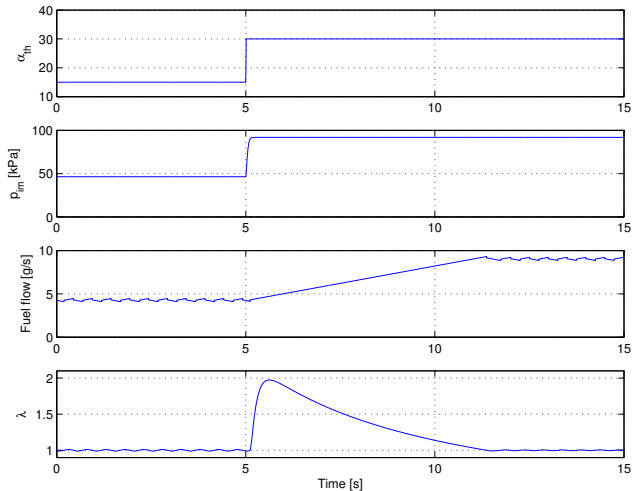
$$\dot{m}_{ac}(N, p_{im}, T_{im}) = \eta_{vol}(N, p_{im}) \frac{p_{im} V_d N}{R T_{im} n_i}$$

Viktiga praktiska aspekter:

Svarstid i trycksensor, filtrering, prediktering.

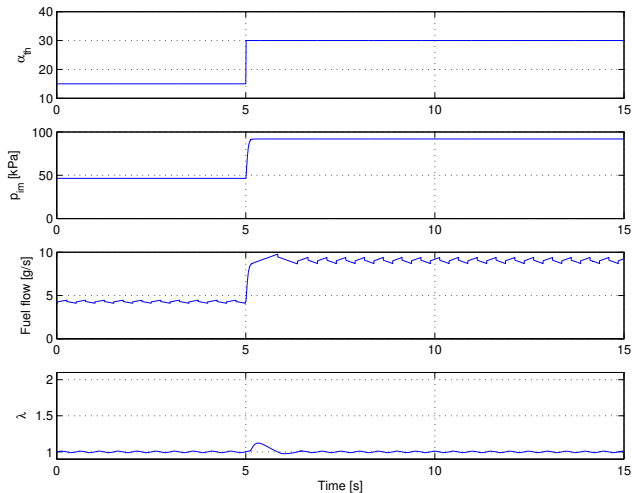
Varför räcker det inte med återkoppling?

Diskret sensor, tidsfördröjning, och hårda begränsningar på λ stationärt begränsar förstärkningen.



Med framkoppling i λ -regulatorn

Reglering med framkoppling
(ingen kompensering för bränslefilmen)



Innehållsförteckning

1 Repetition

- Modellvalidering
- Termodynamik
- Knack – En begränsning

2 Projekt 1: Virtuell motor

- Modellering och beräkning av modellparametrar

3 Momentmodellen

- Indikerat bruttomoment
- Tändningseffektivitet
- Medeleffektivt tryck – MEP
- Pumparbete
- Motorfriktion
- Musseldiagram

4 Grundläggande Reglering

- Reglermål – Emissioner